$$\frac{\boxed{e \Downarrow v}}{e \mapsto^{*} \mathrm{Num}\ v}$$

Base Case $e = \mathrm{Num}\ n \quad v = n$

Show $\mathrm{Num}\ n \mapsto^{*} \mathrm{Num}\ n$ ✓

Inductive Case $e = \mathrm{Plus}\ e_1\ e_2 \quad v = (v_1 + v_2)$

- $e_1 \Downarrow v_1$ $\quad \mathrm{I.H}_1)\ e_1 \mapsto^{*} \mathrm{Num}\ v_1$
- $e_2 \Downarrow v_2$ $\quad \mathrm{I.H}_2)\ e_2 \mapsto^{*} \mathrm{Num}\ v_2$

$$\frac{e_1 \mapsto e_1'}{\mathrm{Plus}\ e_1\ e_2 \mapsto \mathrm{Plus}\ e_1'\ e_2}$$

Show $\mathrm{Plus}\ e_1\ e_2 \mapsto^{*} \mathrm{Plus}\ (\mathrm{Num}\ v_1)\ e_2$ $\quad \mathrm{I.H}_1$

$\mapsto^{*} \mathrm{Plus}\ (\mathrm{Num}\ v_1)\ (\mathrm{Num}\ v_2)$ $\quad \mathrm{I.H}_2$

$\mapsto \mathrm{Num}\ (v_1 + v_2)$ $\quad \mathrm{Plus}_3$

Times is similar □

Inductive Case

$e = \text{let } e_1\ (x.e_2) \quad v = v_2$

- $e_1 \Downarrow v_1$ — I.H$_1$) $e_1 \mapsto^* \text{Num } v_1$
- $e_2[x := \text{Num } v_1] \Downarrow v_2$ — I.H$_2$) $e_2[x := \text{Num } v_1] \mapsto^* \text{Num } v_2$

Show: $\text{Let } e_1\ (x.e_2) \mapsto^* \text{Let } (\text{Num } v_1)\ (x.e_2)$ I.H$_1$

$$\frac{}{\text{Let } (\text{Num } n)\ (x.e) \mapsto e[x := \text{Num } n]}$$

$\mapsto e_2[x := \text{Num } v_1]$ let$_2$

$\mapsto^* \text{Num } v_2$ I.H$_2$

$$\frac{e_1 \mapsto e_1'}{\text{Let } e_1\ (x.e_2) \mapsto \text{Let } e_1'\ (x.e_2)}$$